PROPORTIONNALITÉ

Activité 1

Calculer le périmètre de chacun des carrés suivants :

- Un carré de 2 dm de côté
- Un carré de 3,5 dm de côté
- Un carré de 4 dm de côté
- Un carré de 5,4 dm de côté
- Un carré de 7 dm de côté

Résumer les résultats dans le tableau

Longueur du côté du carré en dm					
Périmètre du carré en dm					

Par quelle opération obtient-on les nombres de la ligne de bas à partir des nombres de la ligne du haut ?

___

Que pouvez vous conclure sur le périmètre d'un carré par rapport à la longueur de son côté ?

___

Activité 2

Dans l'équipe de France de rugby on trouve des joueurs de corpulences très différentes.

	CALTFONA	BOURZET	MOGNE	MACHILAK	BLORY	N'TACKAM
P (kg)	105	121	100	85	80	99
t (m)	1,81	2,03	1,88	1,83	1,80	1,90
$\frac{\mathbf{P}}{\mathbf{t}}$						

a) Calculer pour chacun de ces joueurs le rapport $\frac{P}{t}$ (c'est-à-dire le rapport $\frac{\text{Poids}}{\text{taille}}$). Que constatez-vous ?

b) Est-on dans une situation de proportionnalité ?

C’est quoi la proportionnalité ?

Deux grandeurs sont proportionnelles lorsqu’elles sont liées mathématiquement. Le prix des tomates est lié au nombre de kilos qu’on achète. Si 1 kilo de tomates coûte 2 €, 3 kilos de tomates coûtent 6 €. On dit que le prix des tomates et le nombre de kilos de tomates sont **proportionnelles**.

Attention toutes les grandeurs ne sont pas proportionnelles. Le poids et la taille ne sont pas proportionnelles sinon cela voudrait dire que pour une taille donnée, le poids serait obligatoirement le même pour chaque individu, c’est faux. Tout dépend du régime alimentaire de l’individu, deux personnes mesurant 1,70m ne pèsent pas forcément le même poids selon si l’une fait du sport et l’autre mange du Nutella.

Savoir si un tableau est proportionnel

Valeur de x	5	9	15	23
Valeur de y	7	11	17	25

Valeur de x	**Valeur de y**
28	4
3,5	0,5
56	8
1,4	0,2

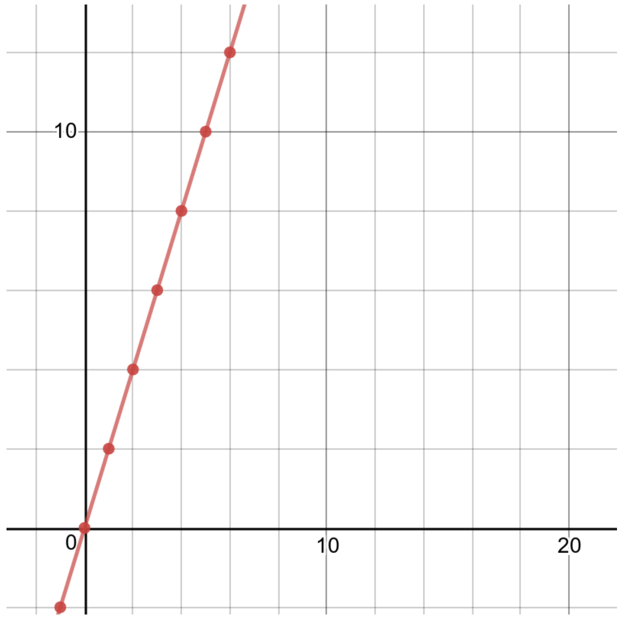
On divise dans chaque colonne ou dans chaque ligne selon la présentation du tableau **le grand par le petit**, si le résultat est le même, le tableau est proportionnel, le nombre obtenu s’appelle coefficient de proportionnalité.

$\frac{7}{5}=1,4$ $\frac{11}{9}=1,22$ le tableau n’est pas proportionnel. Il n’y a pas de coefficient.

$\frac{28}{4}=7\,;\frac{3,5}{0,5}=7\,;\frac{56}{8}=7\,;\frac{1,4}{0,2}=7$ le tableau est proportionnel, le coefficient de proportionnalité est de 7

Proportionnalité et représentation graphique

Lorsque l'on place les points formés par un tableau de proportionnalité dans un repère on obtient **une droite qui passe par 0**.
Réciproquement toute droite qui passe par 0 correspond à une situation de proportionnalité.
Si on place les coordonnées des points on obtient un tableau de proportionnalité.



x	1	2	3	4	5
y	2	4	6	8	10

$$\frac{2}{1}=2;\frac{4}{2}=2;\frac{6}{3}=2;\frac{8}{4}=2;\frac{10}{5}=2$$

Le coefficient de proportionnalité est 2, on l'appelle **coefficient directeur** de la droite.
Si le coefficient directeur est **positif**, la droite **monte**. Si le coefficient directeur est négatif la droite **descend.**

Produit en croix

Quand un tableau est proportionnel on peut trouver les cases manquantes en faisant un produit en croix. **On multiplie sur la diagonale où il y a des nombres, on divise par la case restante.**

Division

Multiplication

5	2
60	

$$\frac{60\times 2}{5}=24$$

Il n'est pas obligatoire de faire un produit en croix avec des cases qui sont à côté.

Division

Multiplication

Valeur de x	3	6	12		27
Valeur de y	2	4		14	

$$\frac{4\times 27}{6}=18$$

Pourcentage

Pour calculer un pourcentage on met 100 % en haut à droite, l'intitulé de l'autre colonne à gauche, le plus grand nombre à côté de 100 %. On fait le produit en croix.

Exemple : *Gabriel a apporté 1500 g de bonbons pour fête organisée chez Fatou. A la fin de la fête il ne reste plus que 300 g de bonbons. Quel est le pourcentage de bonbons mangés à la fête.*

Grammes de bonbons	**%**	Il reste 20 % de bonbons, 100-20=80 %. 80 % des bonbons ont été mangés.
1500	100	
300	$\frac{300\times100}{1500}=20$	

Calculer une augmentation / diminution de pourcentage

Soit une population de 60 millions de personnes. Elle augmente de 10 % par an.

1) Calculer 10 % de 60 millions.

---

2) Calculer la nouvelle population en tenant compte de l'augmentation

---

3) Faites le calcul $60\times1{,}10$, comparez avec le résultat trouvé à la question 2.

---

4) A votre avis par combien faut-il multiplier pour une augmentation de 20 %, de 55 % ?

---

5) A votre avis par combien faut-il multiplier pour une diminution de 30 %, de 15 % ?

Échelle

Longueur sur le plan	1	**L'unité doit être la même**
Longueur réelle	dénominateur	**L'unité doit être la même**

Il faudra convertir les unités, la longueur réelle est souvent en mètres ou en kilomètres, la longueur sur le plan est en cm ou en mm.

Exemple : *Par quelle longueur est représentée, sur un plan, un chemin de 1,5 km de long ?*
(Échelle du plan = $\frac{1}{2500}$ *)*

Longueur sur le plan	1	$\frac{150000 \times 1}{2500} = 60\,cm$
Longueur réelle	2500	150000

On convertit 1,5 km en cm pour obtenir la longueur sur le plan.

km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
1	5	0	0	0	0	

Le chemin de 1,5 km représente à une échelle $\frac{1}{2500}$, 60 cm sur le plan.

STATISTIQUES

C’est quoi les statistiques ?

C’est la science qui permet de relever des nombres sur une situation et de donner une interprétation. L’INSEE, l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques va donner les chiffres du chômage, et les interpréter. Grâce à ces nombres on peut réagir à une situation donnée. Si par exemple les chiffres donnent une forte augmentation du chômage chez les jeunes, le gouvernement prend des mesures pour favoriser leur emploi.

Vocabulaire des statistiques

Les gens ou les objets qu’on étudie s’appellent la **population**. Ce qu’on étudie dans la population s’appelle le **caractère**. Ce caractère peut se compter, il est **quantitatif**, s’il ne se compte pas il est **qualitatif**. Si le caractère se compte, on peut le faire de façon précise ou sous forme d’intervalle. Quand on le compte de façon précise, il est **quantitatif discret**, sinon il est **quantitatif continu.**

Donner pour les exemples suivant, la population, le caractère et la nature du caractère :

1. le nombre de télévision chez les élèves dans une classe de quatrième.

---

2. la couleur des cheveux chez les enseignants

---

3. Le temps pour arriver à l’école le matin pour les élèves de troisième.

Le nombre d’individus correspondant à une valeur du caractère s’appelle l’**effectif n.**

L’effectif correspondant au caractère « cheveux blonds dans la classe de quatrième » est de ___

L’effectif correspondant au caractère entre 1m60 et 1m65 est de _______________

La **fréquence** pour un caractère donné c’est $f=\frac{effectif}{effectif\ total}$

La fréquence correspondant au caractère avoir trois chiens est ____________________

La fréquence correspondant au caractère avoir peur des serpents est ______________

Pour obtenir la fréquence en %, il suffit de multiplier par **100**

Compléter les tableaux de statistiques

Exemple : une enquête auprès des élèves de quatrième sur leur loisir préféré donne les résultats suivants :

Loisir	Effectif n	Fréquence f	Fréquence en %	Angle en degré
Sport	8			
Cinéma	4			
Télévision	9			
Lecture	3			
Musique	1			
Total		1	100	360

La colonne angle en degré se complète avec un produit en croix entre n et 360 et l'effectif total

Exemple : Lors d'une enquête sur un site internet de téléchargement de musique, on a posé la question suivante : «combien de titres avez-vous achetés le mois dernier sur ce site ?»

Nombre de titres	Effectif	Fréquence f	Fréquence en %	Angle en degré	produit n * x
5	10				
10	15				
15	25				
20	14				
25	26				
30	35				

Lorsqu'il n'y a pas de colonne x il s'agit de la première colonne

Exemple : Lors d'une manifestation sportive au profit d'une association humanitaire, des élèves doivent trouver des «sponsors» qui promettent de donner une certaine somme d'argent chaque fois qu'un élève parcourt un tour de stade. Voici les promesses de dons pour un tour obtenues par les élèves d'une même classe :

12	10	15	14	7	2	1	8	9	17	19	3	1	11	6
7	3	14	8	16	5	10	14	9	6	3	18	20	11	3

Somme promise pour un tour	Effectif	Fréquence f	Fréquence en %	Angle en degré	x	produit n * x
[0;4[						
[4;8[						
[8;12[						
[12;16[						
[16;20[						
Total						

Lorsqu'il y a des intervalles x est le centre de l'intervalle. On le calcule en faisant

$$\boldsymbol{x=\frac{borne\, min+borne\, max}{2}}$$

Par exemple pour [8;12[si on ne voit pas que le centre est 10, on fait $\frac{8+12}{2}=\frac{20}{2}=10$

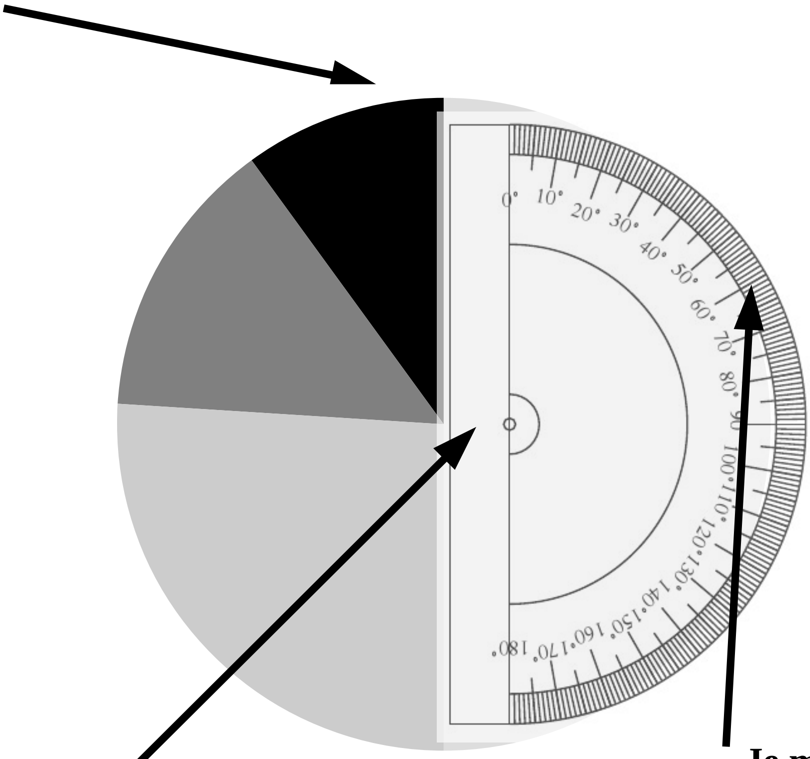
Attention à la calculatrice : si on tape 8+12/2 à la calculatrice on obtient 14 car la calculatrice respecte la priorité des opérations, elle fait d'abord la division. On met soit des parenthèses, soit on fait d'abord l'addition puis la division.

Les représentations graphiques

Trois types de diagrammes :

- le diagramme en bâtons : en abscisse le caractère, en ordonnée l'effectif, **n'a pas d'épaisseur**.
- l'histogramme : en abscisse le caractère, en ordonnée l'effectif, **a une épaisseur**
- le diagramme circulaire, avec le rapporteur pour placer les valeurs des angles en degré

Je choisis mon point de départ (le rapporteur n’est pas de façon obligatoire à la verticale pour commencer)



le centre du rapporteur au centre du cercle

Je mets un trait à la valeur de l’angle, je tourne mon rapporteur et je recommence jusqu’à ce que le disque soit complet

Tableau 1 : diagramme en bâtons	Tableau 1 : diagramme circulaire

Tableau 2 : diagramme en bâtons	Tableau 2 : diagramme circulaire
Tableau 3 : histogramme	Tableau 3 : diagramme circulaire

Comment calculer une moyenne ?

Cas simple : j'ai douze notes, j'ajoute les douze notes et je divise par douze.

Calculer la taille moyenne des élèves ____

Cas classique : je prends le total de la colonne $n \times x$, je divise par l'effectif total.

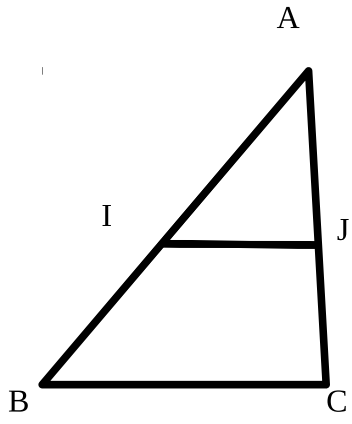
Calculer la moyenne des deux derniers tableaux.

Tableau 2 ____

Tableau 3 ____

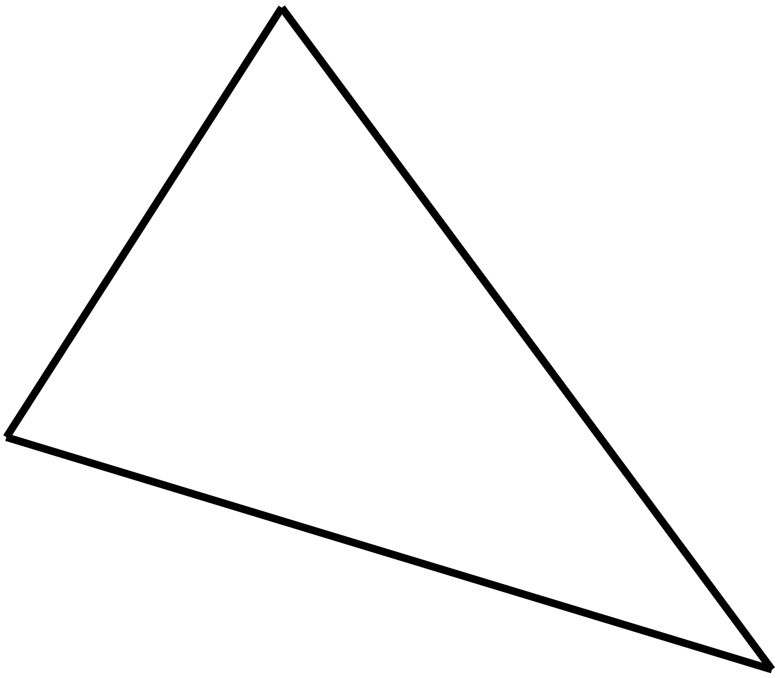
La moyenne est notée $\bar{x}$

DROITE DES MILIEUX

Théorème 1 : si I milieu de [AB], si J milieu de [AC] alors (IJ) // (BC)
 	
Théorème 2 : si I milieu de [AB], si J milieu de [AC] alors $IJ = \frac{1}{2} BC$
 	
Théorème 3 : si I milieu de [AB], si (IJ) // (BC) alors J milieu de [AC]
	

MILIEU + MILIEU → PARALLÈLES
MILIEU + MILIEU → MOITIÉ
MILIEU + PARALLÈLES →MILIEU

Vérifier les trois théorèmes

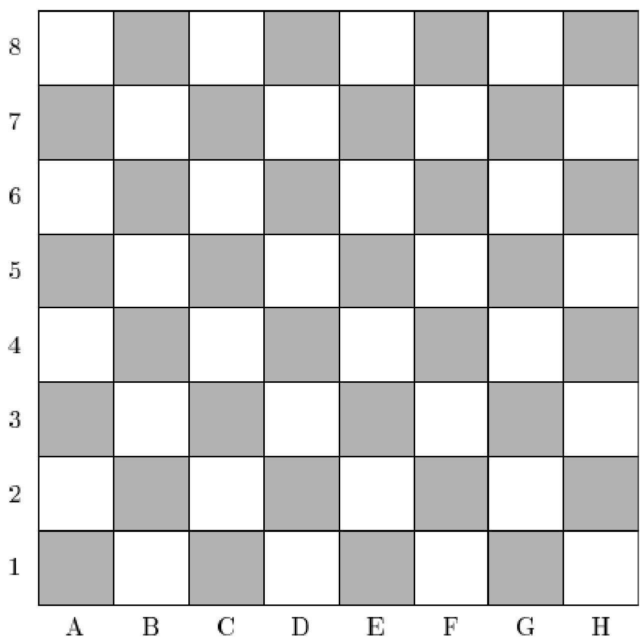


PUISSANCES

ACTIVITÉ

Une légende affirme que le jeu d'échecs a été inventé par un savant indien, Sissa Ben Daher. Quand l'empereur Sheram apprit que l'inventeur était un de ses sujets, il le fit mander au palais.

L'empereur – Sois remercié pour ce jeu qui égaie le soir de ma vie. Quelle récompense souhaites-tu ?
Sissa demeura silencieux.
L'empereur – Eh bien, s'impatienta l'empereur, parle donc, insolent : craindrais-tu que je ne puisse exaucer ton désir ? Sissa fut blessé par le ton de Sheram. Il jugea que cela méritait une leçon.
Sissa – Soit, finit-il par dire, j'accepte un présent, Ô souverain !
L'empereur – Ah ! Et quel est-il ?
Sissa – Ordonne que me soit remis un grain de blé pour la première case de l'échiquier.
L'empereur – C'est tout ? Te moquerais-tu de moi, chien galeux ? !
Sissa – Non, Sire. Ordonnez ensuite que me soient remis deux grains de blé pour la première case, puis quatre pour la deuxième, huit pour la troisième, seize pour la quatrième et ainsi de suite, jusqu'à la soixante-quatrième case en **doublant** le nombre de grains à chaque fois. L'empereur se sentit piqué au vif.
L'empereur – Tu me montres bien peu de respect en honorant si mal ma générosité. Tant pis pour toi ! Va-t'en, mon intendant te fera porter demain ton sac de blé. Le lendemain à l'aube, l'empereur fut réveillé par l'intendant. Celui-ci semblait terrifié.
L'Intendant – Sire . . . Sire . . . nous ne pouvons livrer le blé !
L'empereur – Que me chantes-tu là, Intendant ? Serais-tu devenu fou ! L'intendant tremblait de tous ses membres.
L'intendant – Sire, vos mathématiciens ont travaillé toute la nuit. Leur conclusion est que votre royaume ne contient pas assez de blé pour exaucer le voeu de Sissa.
L'empereur – Mais enfin, quel est ce nombre si grand qui naît d'un petit échiquier ?



1) Commencer à remplir l'échiquier en écrivant sur chacune des 10 premières cases le nombre de grains de blé que l'empereur doit y déposer. Dans chaque cas vous donnerez le calcul que vous réalisez en utilisant uniquement le chiffre 2.

case 1	
case 2	
case 3	
case 4	
case 5	
case 6	
case 7	
case 8	
case 9	
case 10	

2) On pourrait continuer de la même façon mais on se rend compte que c'est **répétitif et long**. A la calculatrice taper 2^5 ou 2■x^y 5 ou 2 $x^{¿}$ 5 (se lit 2 puissance 5 ou 2 exposant 5). A quel endroit trouvez-vous ce résultat dans le tableau précédent ?

3) A partir de la conclusion précédente quel est à votre avis le nombre de grain de riz pour la vingtième case ? Pour la case cinquantième case ? Dans ce cas qu'affiche la calculatrice ? Comment l'interpréter ?

4) Quel est finalement le nombre de grains de riz à déposer sur la dernière case ?

5)) Un grain de blé pèse 0,05 g environ ; Quelle masse (en tonnes) ce nombre incroyable de grains de blé représente-t-il ?

DÉFINITIONS

$a^n = a \times a \times a \times a \ldots \times a$ n fois où n est un nombre entier non nul.

Exemple : $6^5 = 6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = 7776$

cas particulier : $a^0 = 1$

RÈGLES DE CALCUL

On propose les expressions ci-dessous :

$8^3 = 8 \times 8 \times 8$ $\quad 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ $\quad 9^5 = 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$ $\quad 7 \times 7 = 7^2$ $\quad 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

À partir des éléments donnés ci-dessus compléter le tableau ci-dessous

$9^4 =$	$5^7 =$	$5{,}3^4 =$	$6 \times 6 \times 6 \times 6 =$
$2^3 =$	$(-7)^5 =$	$(-0{,}8)^3 =$	$10 \times 10 \times 10 =$

On propose les calculs ci-dessous :

$3^5 \times 3^7 = 3^{12}$ $\quad 4^8 \times 4^{10} = 4^{18}$ $\quad 10^4 \times 10^7 = 10^{11}$

Proposer une règle

On propose les calculs ci-dessous :

$$\frac{3^{12}}{3^7}=3^5 \qquad \frac{6^{18}}{6^{10}}=6^8 \qquad \frac{7^{20}}{7^5}=7^{15}$$

Proposer une règle

On propose les calculs ci-dessous :

$$(7^4)^8=7^{32} \qquad (6^5)^6=6^{30} \qquad (4^3)^4=4^{12}$$

Proposer une règle

On propose les égalités ci-dessous :

$10^3=1000$ $\quad$ $10^6=1\,000\,000$ $\quad$ $10^5=1\,00\,000$ $\quad$ $10^{-4}=0{,}0001$ $\quad$ $10^{-2}=0{,}01$ $\quad$ $10^{-9}=0{,}000000001$

Proposer une règle

Synthèse : $a^n \times a^m = a^{n+m}$ $\qquad$ $\dfrac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$ $\qquad$ $(a^n)^m=a^{n\times m}$

PUISSANCES DE 10

Si n est positif on a n zéros après le 1, si n est négatif on a n zéro avant le 1.

NOMBRES RELATIFS

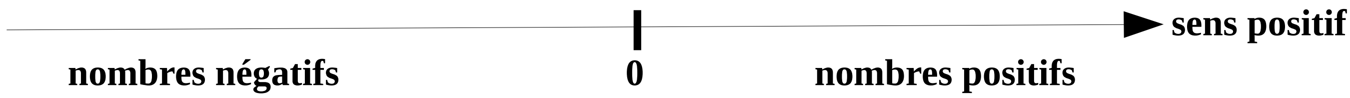
Définitions

Lorsqu'un nombre a un signe (positif ou négatif) on dit qu'il est **relatif**
Exemple : -5 ; +5 ; +9 ; -10

Remarque 1 : un nombre sans signe est un nombre positif, il est toujours possible de mettre + devant.
Exemple : 9 = +9

Remarque 2 : 0 ne porte pas de signe, il peut être considéré comme positif ou négatif

On peut s'aider d'une droite graduée pour placer les nombres relatifs



- les nombres positifs sont toujours plus grands que les nombres négatifs
- 0 est toujours plus grands que les nombres négatifs
- plus on va vers la droite sur l'axe plus les nombres sont grands
- plus on va vers la gauche sur l'axe des plus les nombres sont petits donc : -10000 < -1
- si a > b alors a+c > b+c et de la même façon a-c > b-c, respectivement si a<b alors a+c<b+c et a-c<b-c *faire plusieurs exemples sur l'axe.*

OPÉRATION SUR LES NOMBRES RELATIFS

Addition ou soustraction de deux nombres relatifs
cas où les signes sont les mêmes : on écrit le signe des deux nombres puis on fait la somme
Exemples : 4+5=9 ; -7-9=-16

cas où les signes sont différents : on écrit le signe du plus grand nombre (sans tenir compte de leur signe), on calcule le résultat du grand moins le petit.

Exemples : -4+5=+1 ; 5 est plus grand que 4 donc le signe est +, 5-4=1 soit +1. 9-12=-3 ; 12 est plus grand que 9 donc le signe est -, 12-9=3 soit -3

A = 6-3-2 =____________________________ F = 31-18+59-22-31=_________________________

B = -11-9,5+2 =________________________ G = 10-0,2+50-0,6+0,2 =_____________________

C = -32-51-107 =_______________________ H=-23+9-51-9+23+51 =______________________

D = -12+8-3+4-5+6 =__________________ I=-1+2-3+4-5+6=_____________________________

E = -2+-3-4-5+6+7 =___________________ J=-31-15-23+15+31=__________________________

Règles des parenthèses, multiplication, division, suppression des parenthèses

Règle numéro 1 : écriture

Il est interdit de laisser deux signes mathématiques côte à côte sans les séparer par une parenthèse

Exemple : on ne doit pas écrire 4×-5 mais $4\times(-5)$ ou $4\times+7$ mais $4\times(+7)$ ou 4×7

Règle numéro 2 : multiplication des nombres relatifs, division des nombres relatifs,

De façon générale quand les signes sont les mêmes on obtient +, si les signes sont différents on obtient -

Ce qu'on résume par :

$+\times+=+$ $-\times-=+$ $+\times-=-$ $-\times+=-$	$\frac{+}{+}=+$ $\frac{-}{-}=+$ $\frac{+}{-}=-$ $\frac{-}{+}=-$	$+(+=+$ $-(-=+$ $+(-=-$ $-(+=-$

Exemples Multiplication : $4\times7=28$ / $-4\times(-7)=28$ / $+4\times(-7)=-28$ et $-4\times+7=-28$

Exemples Division : $\frac{-4}{-5}=\frac{4}{5}$ / $\frac{-4}{+5}=-\frac{4}{5}$

a=-4*6=____________________b=-2*7=______________________c=6*(-5)=________________

d=-4*(-3)=_____________________e=-12/4=___________________

Remarque : si l'on multiplie plus de deux nombres entre eux, il suffit de compter le nombre de signes -. Si le nombre de signes – est **impair** alors le résultat est **négatif**, si le nombre de signes – est **pair** alors le résultat est **positif**.

$a.4\times(-7)\times(-6)\times5\times3$	POSITIF	NÉGATIF
$b.1{,}5\times(-1{,}6)\times(-1{,}9)\times1{,}1\times(-1{,}4)$	POSITIF	NÉGATIF
$c.1\times(-2)\times3\times(-4)\times5\times(-6)\times7\times(-8)\times9$	POSITIF	NÉGATIF
$d.-9\times(-8)\times(-7)\times(-6)\times(-5)\times4\times3\times2\times1$	POSITIF	NÉGATIF
$e.(-3{,}14)\times(-3{,}14)\times(-3{,}14)\times(-3{,}14)\times(-3{,}14)$	POSITIF	NÉGATIF
$f.9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times(-1)$	POSITIF	NÉGATIF
$g.-9\times9\times(-9)\times9\times9\times9\times9\times9\times9\times(-9)$	POSITIF	NÉGATIF
$h.9\times8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1\times0$	POSITIF	NÉGATIF

Exemples suppression des parenthèses :

$A=(+5)+(+8)=5+8=13$
$B=(-6)+(-4)=-6-4=-10$
$C=(-3)+(+7)=-3+7=4$

$D=(-1)+(-2)-(+3)+(-4)+(+5)-(-6)=$ ______________________________________

$E=(-9)+(-8)-(+7)+(+6)-(+5)+(-4)=$ ______________________________________

Priorité des opérations
En premier les parenthèses puis la multiplication ou la division et l'addition ou la soustraction
Exemple : $-4\times3+5-(3\times2+2)$

COMPARAISON DES NOMBRES RELATIFS

Pour comparer deux nombres relatifs a et b, on peut étudier le signe de a−b :

- si a − b > 0, cela signifie que a > b ;
- si a − b = 0, cela signifie que a = b ;
- si a − b < 0, cela signifie que a < b

Exemple : -7 et -9
-7-(-9)=-7+9=2 2>0 alors -7>-9

FRACTIONS

Fractions Généralités

le haut c'est le **numérateur**, le bas c'est le **dénominateur**.

- Si le numérateur est plus grand que le dénominateur le résultat est plus grand que 1, $\frac{3}{2}$ est plus grand que 1.
- Si le dénominateur est plus grand que le numérateur le résultat est plus petit que 1. $\frac{2}{3}$ est plus petit que 1.
- Si le numérateur est égal au dénominateur le résultat est égal à 1. $\frac{3}{3}=1$

Une fraction est une **division** $\frac{4}{5}=4:5=0{,}8$

Je dois savoir que $\frac{1}{2}=0{,}5$, $\frac{1}{4}=0{,}25$, $\frac{3}{4}=0{,}75$

Comment simplifier des fractions ?

Je peux toujours multiplier ou diviser une fraction par le même nombre sans changer la valeur de la fraction.

$$\frac{4}{5}=\frac{4\times10}{5\times10}=\frac{40}{50} \qquad \frac{600}{400}=\frac{600\div100}{400\div100}=\frac{6}{4}=\frac{6\div2}{4\div2}=\frac{3}{2}$$

Simplifier une fraction c'est rendre plus petit le numérateur et le dénominateur en divisant par le même nombre. Une fraction est **irréductible** quand on ne peut plus la simplifier.

- Des nombres pairs peuvent être simplifiés par 2
- Des nombres finissant par 5 ou 10 peuvent être simplifiés par 5
- Des nombres dont la somme de leurs chiffres sont des multiples de 3 peuvent être simplifiés par 3

Comment ajouter ou soustraire des fractions ?

Pour ajouter ou soustraire une fraction, il faut le même dénominateur

$$\frac{4}{5}+\frac{8}{5}=\frac{12}{5}$$

$2+\frac{3}{5}=\frac{2}{1}+\frac{3}{5}=\frac{2\times5}{1\times5}+\frac{3}{5}=\frac{10}{5}+\frac{3}{5}=\frac{13}{5}$ **quand je n'ai pas de dénominateur, je peux toujours mettre 1**

$\frac{4}{5}+\frac{7}{15}=\frac{4\times3}{5\times3}+\frac{7}{15}=\frac{12}{15}+\frac{7}{15}=\frac{19}{15}$ **j'essaie de voir s'il n'y a pas de tables de multiplication commune**

$$\frac{4}{3}+\frac{2}{7}=\frac{2\times7}{3\times7}+\frac{2\times3}{7\times3}=\frac{14}{21}+\frac{6}{21}=\frac{20}{21}$$

Comment multiplier des fractions ?

Pour multiplier des fractions, je multiplie le numérateur avec le numérateur, le dénominateur avec le dénominateur

$\frac{4}{5}\times\frac{8}{3}=\frac{32}{15}$, $\frac{4}{7}\times\frac{5}{7}=\frac{20}{49}$

Il faut simplifier avant de multiplier $\frac{44}{10}\times\frac{12}{55}=\frac{4\times11\times3\times4}{2\times5\times5\times11}=\frac{24}{25}$

Comment diviser des fractions ?

Pour diviser deux fractions, je multiplie la première par la deuxième.

$\frac{4}{5}\div\frac{7}{3}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{12}{35}$

$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{7}{3}}=\frac{4}{5}\div\frac{7}{3}=\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{12}{35}$

Comment comparer des fractions ?

Il est toujours possible de diviser le numérateur par le dénominateur à la calculatrice et de comparer les résultats.

Les dénominateurs sont les mêmes
Pour comparer deux fractions ayant toutes le même dénominateur, il suffit de comparer les numérateurs.

Exemple : $\frac{11}{13}$; $\frac{2}{13}$; $\frac{18}{13}$; $\frac{9}{13}$ 2 < 9 < 11 < 18, il est donc facile de classer les fractions.

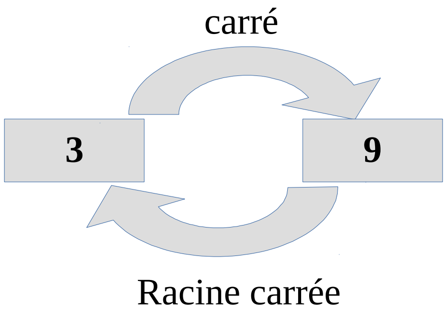
Les dénominateurs sont différents
Pour comparer deux fractions ayant des dénominateurs différents, il suffit de mettre au même dénominateur.

Exemple : Comparer $\frac{5}{6}$ et $\frac{7}{9}$, $\frac{5\times3}{6\times3}=\frac{15}{18}$ et $\frac{7}{9}=\frac{7\times2}{9\times2}=\frac{14}{18}$ 14 est plus petit que 18 donc $\frac{7}{9}<\frac{5}{6}$

THÉORÈME DE PYTHAGORE

Carré et racine carrée

Le carré et la racine carrée sont des opérations inverses. Le carré de x est noté x^2, la racine carrée de x est notée $\sqrt{x}$. Le carré d'un nombre est le nombre multiplié par lui même, pour trouver la racine carrée d'un nombre il faut réfléchir au nombre qu'on multiplie par lui même pour trouver le nombre de départ.

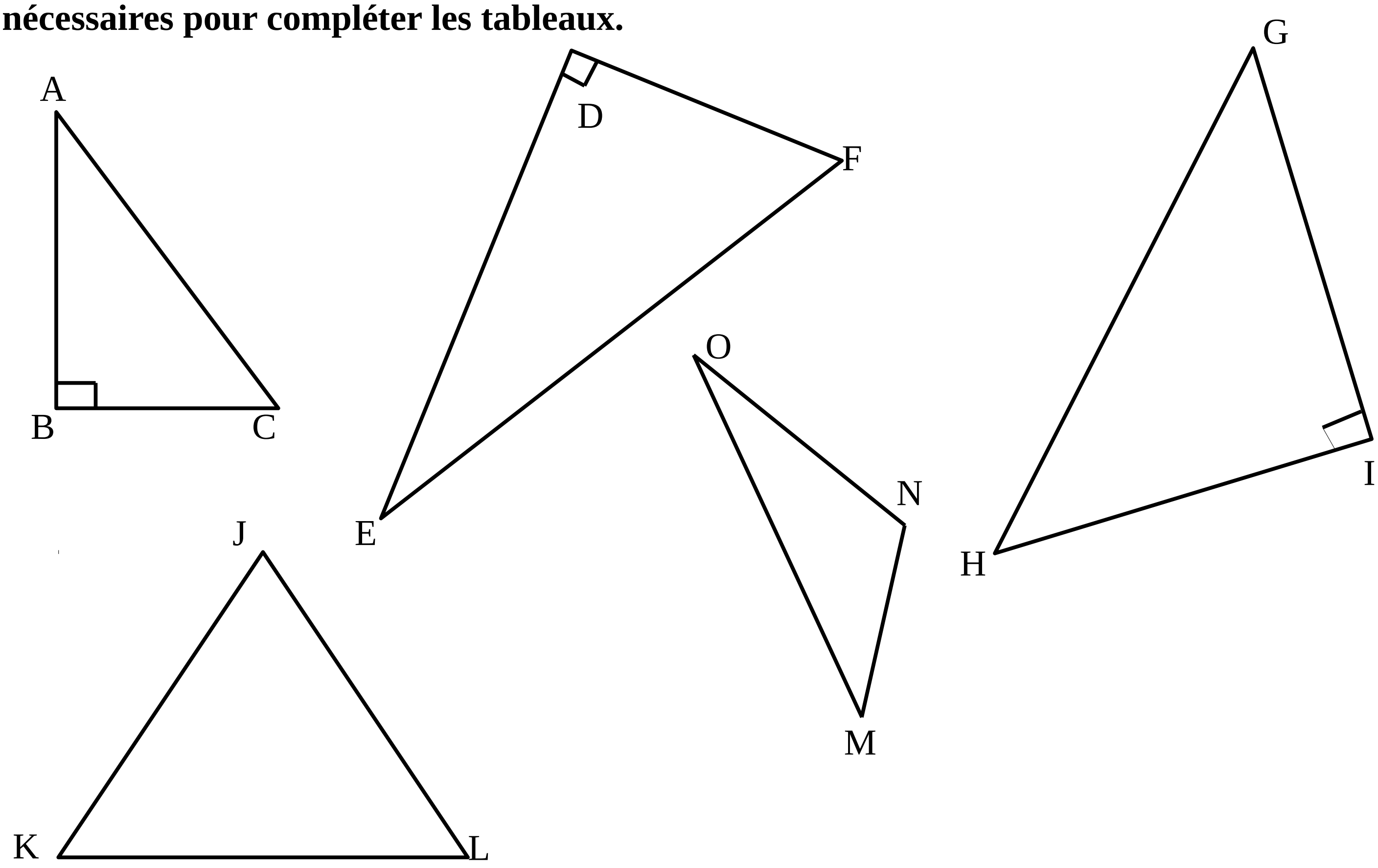


Carrés parfaits

$1^2 =$ ________________	$\sqrt{1} =$ ________________
$2^2 =$ ________________	$\sqrt{4} =$ ________________
$3^2 =$ ________________	$\sqrt{9} =$ ________________
$4^2 =$ ________________	$\sqrt{16} =$ ________________
$5^2 =$ ________________	$\sqrt{25} =$ ________________
$6^2 =$ ________________	$\sqrt{36} =$ ________________
$7^2 =$ ________________	$\sqrt{49} =$ ________________
$8^2 =$ ________________	$\sqrt{64} =$ ________________
$9^2 =$ ________________	$\sqrt{81} =$ ________________
$10^2 =$ ________________	$\sqrt{100} =$ ________________
$11^2 =$ ________________	$\sqrt{121} =$ ________________
$12^2 =$ ________________	$\sqrt{144} =$ ________________
$13^2 =$ ________________	$\sqrt{169} =$ ________________

Activité

Voici 5 triangles. Pour chacun d'entre eux, effectuer les mesures (en cm) et les calculs nécessaires pour compléter les tableaux.



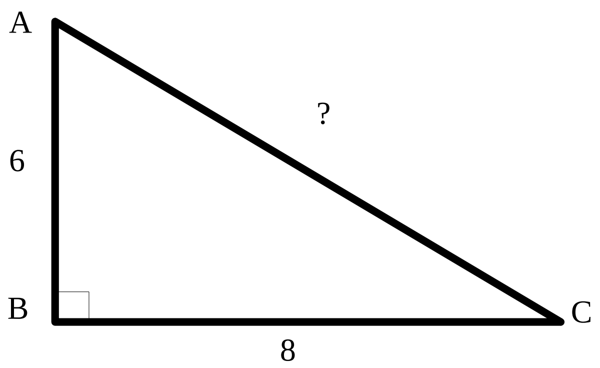
$AB =$	$AB^2 =$	$DF =$	$DF^2 =$	$GI =$	$GI^2 =$
$BC =$	$BC^2 =$	$DE =$	$DE^2 =$	$IH =$	$IH^2 =$
$AC =$	$AC^2 =$	$FE =$	$FE^2 =$	$GH =$	$GH^2 =$

$JK =$	$JK^2 =$	$OM =$	$OM^2 =$
$JL =$	$JL^2 =$	$MN =$	$MN^2 =$
$KL =$	$KL^2 =$	$ON =$	$ON^2 =$

<u>Conclusion :</u>

THÉORÈME DE PYTHAGORE ET SA RÉCIPROQUE

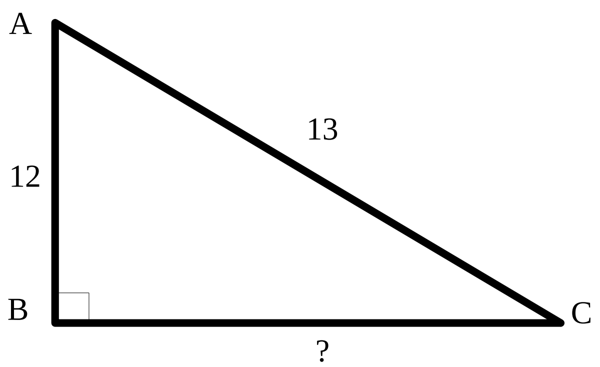
LES TRIANGLES NE SONT PAS A L'ÉCHELLE.



Je cherche à calculer l'hypoténuse (<u>addition</u>)

Le triangle ABC est rectangle en B, alors d'après le théorème de Pythagore

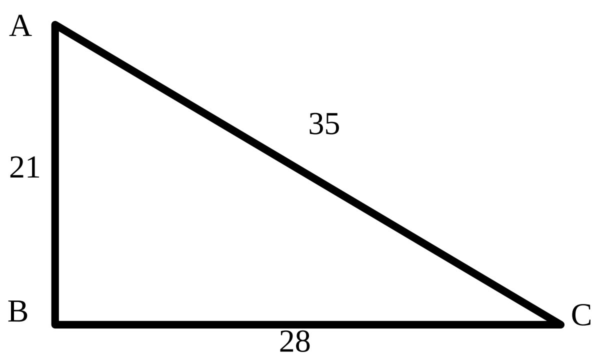
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$
$$AC^2 = 8^2 + 6^2$$
$$AC^2 = 64 + 36 = 100$$
$$AC = \sqrt{100} = 10$$



Je connais l'hypoténuse (<u>soustraction</u>)

Le triangle ABC est rectangle en B, alors d'après le théorème de Pythagore

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$
$$BC^2 = 13^2 - 12^2$$
$$BC^2 = 169 - 144 = 25$$
$$BC = \sqrt{25} = 5$$

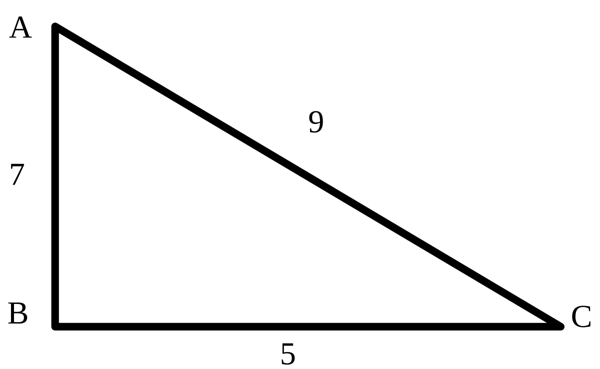


Je cherche à prouver que le triangle est rectangle (cas qui fonctionne)

d'une part $AC^2 = 35^2 = 1225$

d'autre part $AB^2 + BC^2 = 21^2 + 28^2 = 441 + 784 = 1225$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.



Je cherche à prouver que le triangle est rectangle (cas qui ne fonctionne pas)

d'une part $AC^2 = 9^2 = 81$

d'autre part $AB^2 + BC^2 = 7^2 + 5^2 = 49 + 35 = 84$

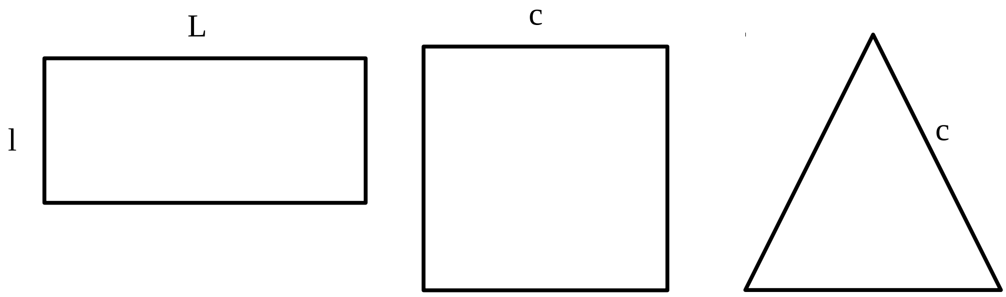
$AC^2 \neq AB^2 + BC^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC n'est pas rectangle.

PYTHAGORE → TRIANGLE RECTANGLE → LONGUEURS
RÉCIPROQUE → LONGUEURS → TRIANGLE RECTANGLE

CALCUL LITTÉRAL

ACTIVITÉ 1

On donne les figures suivantes, un rectangle, un carré, un triangle équilatéral



1) Calculer le périmètre du rectangle pour L=6 et l=2 ; L=10 et l=5 ; L=8 et l=3

---

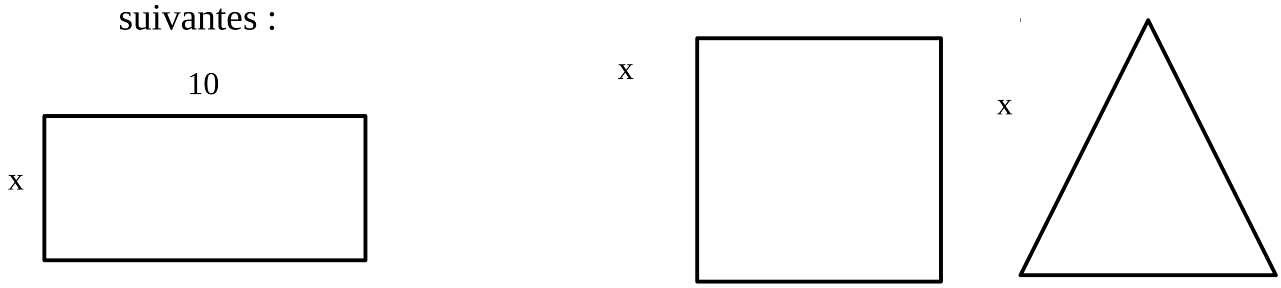
2) Calculer le périmètre du carré pour un côté c=4 ; c=7 et c=10

---

3) Calculer le périmètre du triangle équilatéral pour un côté c=5 ; c=8 et c=12

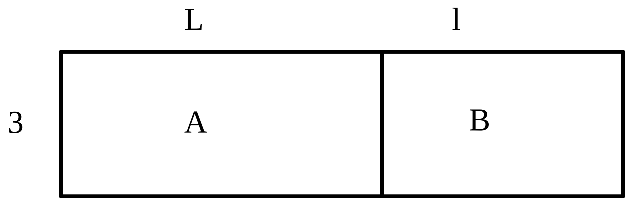
---

4) On pose x un nombre positif, déterminer alors le périmètre pour les trois figures suivantes :



ACTIVITÉ 2

On donne la figure suivante composée de deux rectangles :

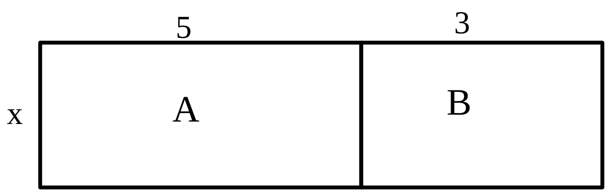


1) Calculer la surface de chacun des rectangles A et B puis de la surface totale pour :

   - L=8 l=5
   - L=10 l=3
   - L=13 l=7

Rappel : l'aire d'un rectangle est donnée par $longueur \times largeur$

2) On donne désormais la figure suivante :



- donner l'aire de A
- donner l'aire de B
- donner l'aire de A+B à partir de l'aire de A et de l'aire de B
- donner l'aire de la figure AB directement
- conclure

VOCABULAIRE

Comme on a pu le voir dans l'activité il est possible de remplacer facilement des nombres par des lettres, appelées **variables**. Les variables peuvent changer de valeurs. Par opposition on appelle les nombres les **constantes**. Lorsque dans une expression sont mélangés des constantes et des variables on parle **d'expression littérale**.

RÈGLE DU SIGNE DE LA MULTIPLICATION

Par convention on ne fait pas apparaître le signe de la multiplication dans les cas suivants, **il est sous entendu**

- $2\times x=2x$
- $a\times b=ab$
- $a\times(x+2)=a(x+2)$
- $5\times(x+2)=5(x+2)$

REMPLACER UNE VARIABLE PAR UN NOMBRE

Il est toujours possible de remplacer une variable par un nombre

Exemple : calculer 6x-10 pour x=2 pour x=-3

___

___

___

RÉDUCTION D'UNE EXPRESSION LITTÉRALE

Réduire une expression littérale c'est la rendre la plus simple possible :

- en supprimant les parenthèses
- en ajoutant les mêmes variables de même degré ensemble
- en ajoutant les constantes ensemble

Exemple : $4x^2-6x+8-3x^2+9x-2$

$1x^2+3x+6$

Remarque : si une variable ne possède pas de nombre, il est toujours possible de rajouter 1, $x=1x$

Réduire les expressions suivantes :

$A=x^2+3x^2+2x+7x+9x+3+9$ ___

$B=2x^3+5x^2-3x+2x^2-15x+9+7x^3-19$ ___

___

$C = 5x^2 - 16x^3 + 3x^2 - 7x - 15 + 3x - 9x + 11$ ______________________________________

____

$D = 6x^2 - 5x + 9 - 7x^2 + 3x - 3$ ____

____

DÉVELOPPEMENT

Quels que soient les nombres k, a et b, on a : k(a + b) = ka + kb.

Exemple : $7(x-3) = 7 \times x - 3 \times 7 = 7x - 21$

Remarque : si devant une parenthèse il n'y a pas de nombre, il est toujours possible de rajouter 1.

Exemple : $7(2x+10) - (9+x) = 7(2x+10) - \mathbf{1}(9+x)$
$14x + 70 - 9 - x = 13x + 61$

FACTORISATION

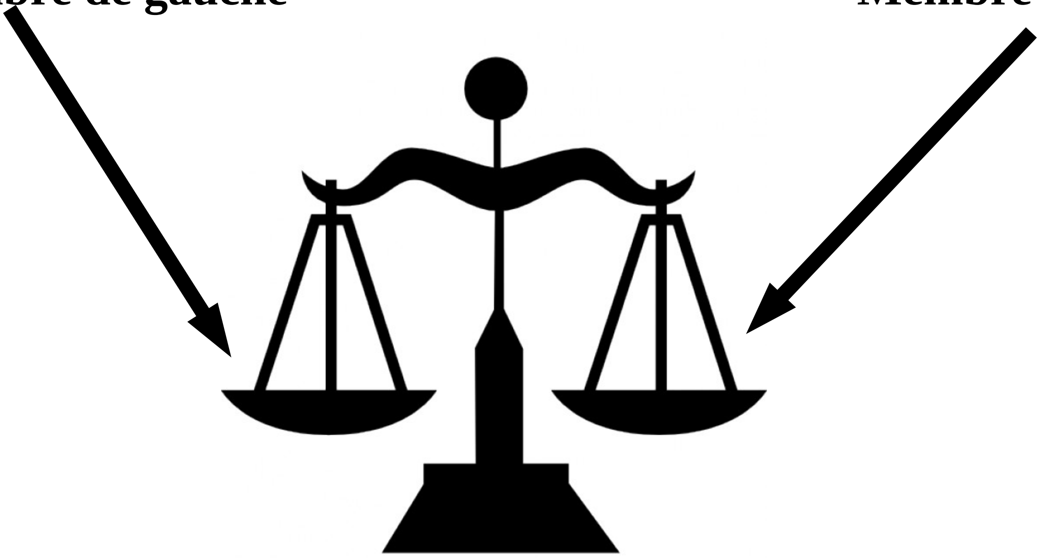
Quels que soient les nombres k, a et b, on a : $\boldsymbol{k \times a + k \times b = k(a+b)}$

Exemple : $7x + 14 = 7 \times x + 7 \times 2 = 7(x+2)$

RÉSOLUTION D'ÉQUATIONS

Une équation est une balance, pour maintenir les plateaux en équilibre ce qu'on ajoute à gauche, il faut l'ajouter à droite, ce qu'on retire à gauche, on doit le retirer à droite.

Membre de gauche **=** **Membre de droite**



A la fin de l'équation il faut obtenir x = un nombre

Exemple : résolution de $\mathbf{3x-30=2-5x}$ **x est l'inconnue**

membre de gauche **Constantes** **membre de droite**

Étape 1 : On va d'abord regrouper les constantes dans un seul membre (le membre de gauche de préférence). Pour supprimer le -30 on doit ajouter +30 de chaque côté de l'égalité.

$3x-30=2-5x$ $\quad$ $3x-30\mathbf{+30}=2-5x\mathbf{+30}$ $\quad$ $3x=-5x+32$

Étape 2 : On va ensuite regrouper les inconnues dans l'autre membre, on ajoute $5x$ de chaque côté de l'égalité :

$3x=-5x+32$ $\quad$ $3x\mathbf{+5x}=-5x+32\mathbf{+5x}$ $\quad$ $8x=32$

Étape 3 : On divise par « le nombre de x » pour « isoler x » de chaque côté de l'égalité

$\frac{8x}{\mathbf{8}}=\frac{32}{\mathbf{8}}$ soit $x=4$

Étape 4 : vérification

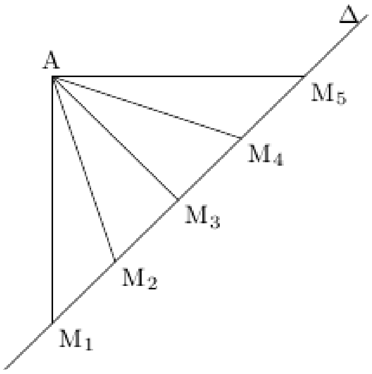
$3\times4-30=2-5\times4$
$-18=-18$

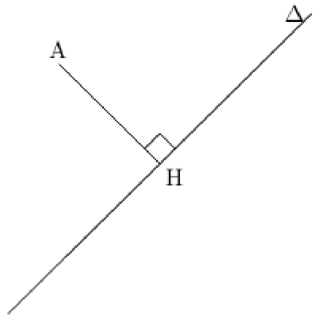
l'équation est vérifiée

DROITES PARTICULIÈRES

Distance à une droite

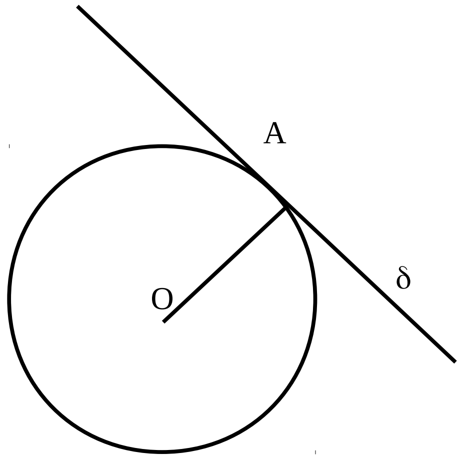
Soient A un point et Δ une droite. Soit H, le pied de la perpendiculaire à Δ passant par A. La distance de A à Δ est égale à AH.





Tangente à un cercle

Lorsqu'une droite et un cercle ont un seul point commun on dit que la droite est tangente au cercle. Les droites (OA) et δ sont perpendiculaires.

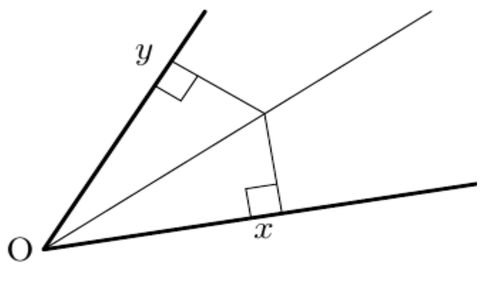


Bissectrice d’un angle

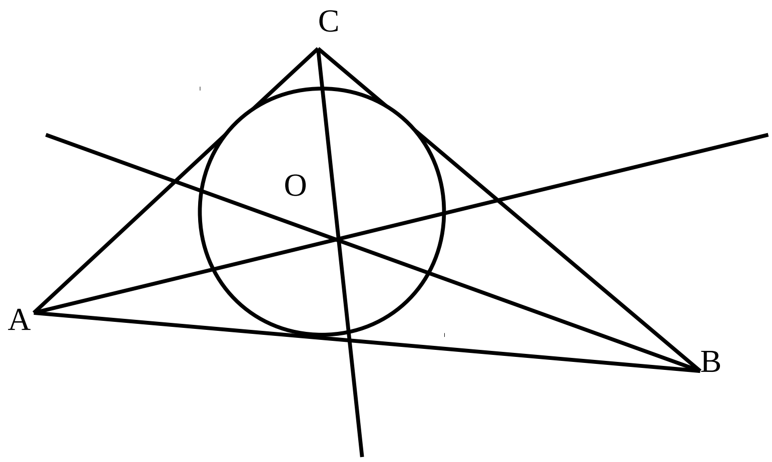
La bissectrice d’un angle est définie comme la demi-droite qui partage l’angle en deux angles adjacents de même mesure.

Pour construire la bissectrice d’un angle on peut utiliser un rapporteur afin couper l’angle en deux ou utiliser un compas pour tracer un « losange » dont deux côtés sont sur les côtés de l’angle.

Chaque point de la bissectrice est à égale distance des côtés de l’angle, et réciproquement, tout point à égale distance des côtés de l’angle est sur la bissectrice.



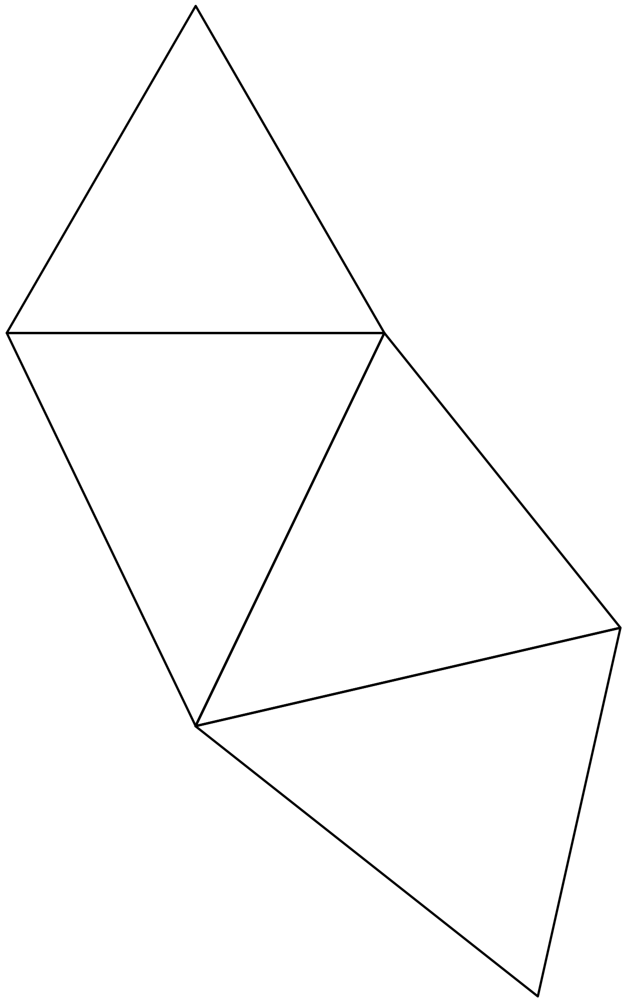
Les bissectrices des trois angles d’un triangle sont concourantes en un point O. Ce point est le centre d’un cercle tangent à chacun des côtés du triangle. Le cercle de centre O, tangent aux trois côtés du triangle est appelé cercle inscrit au triangle.

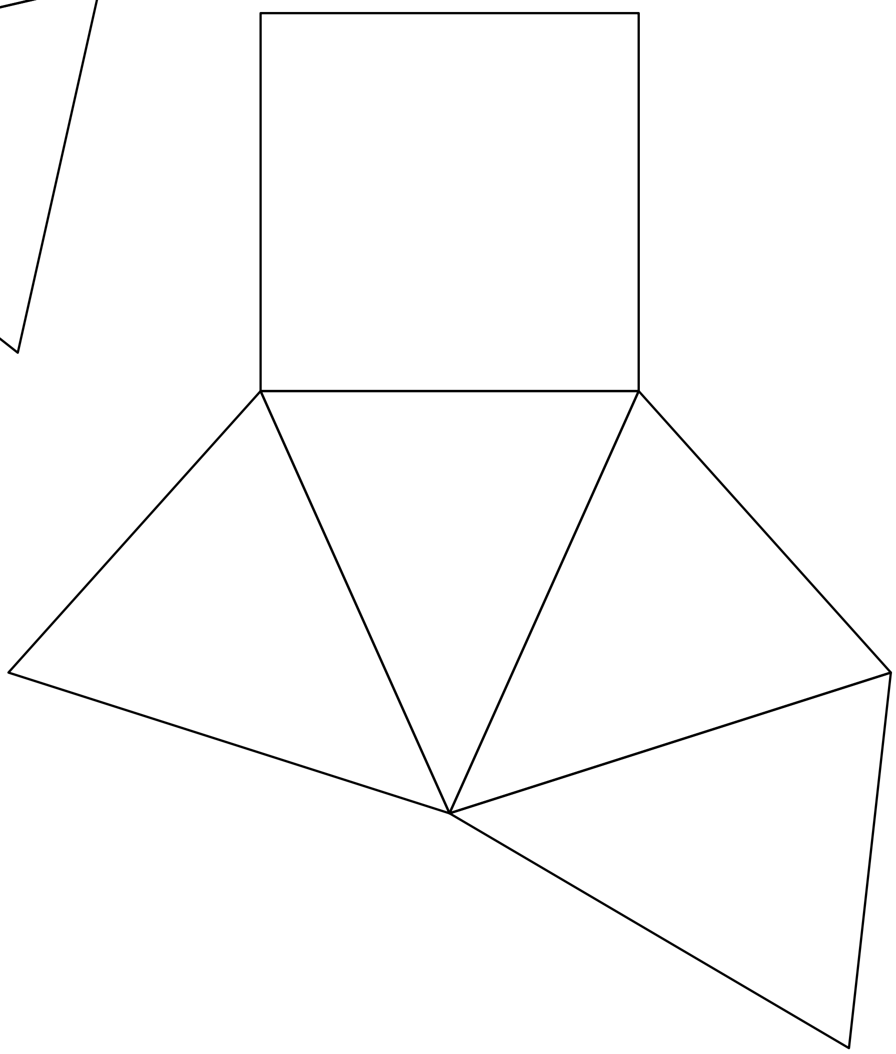


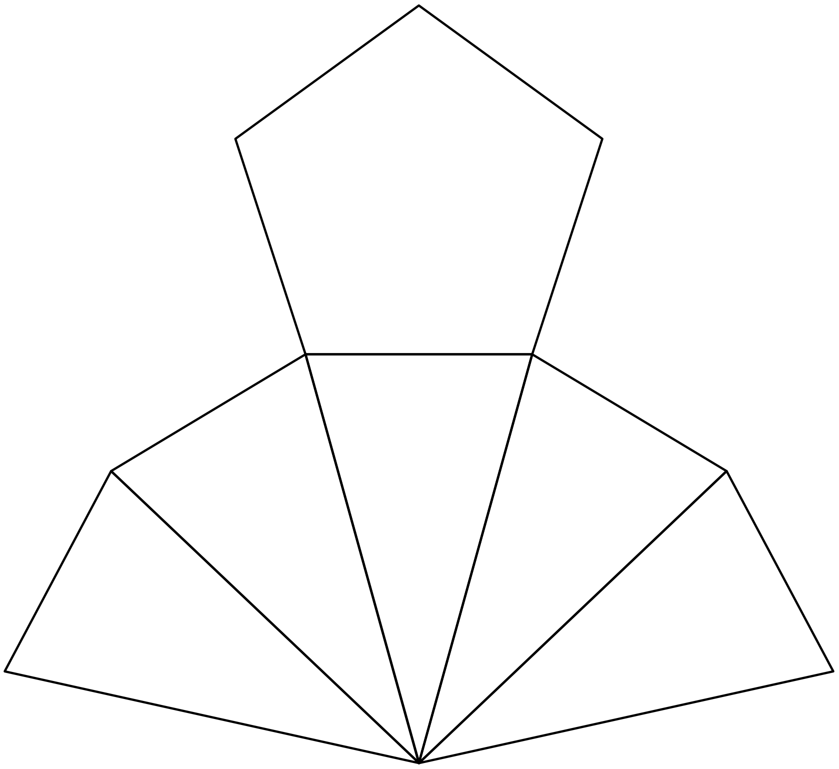
CÔNES ET PYRAMIDES

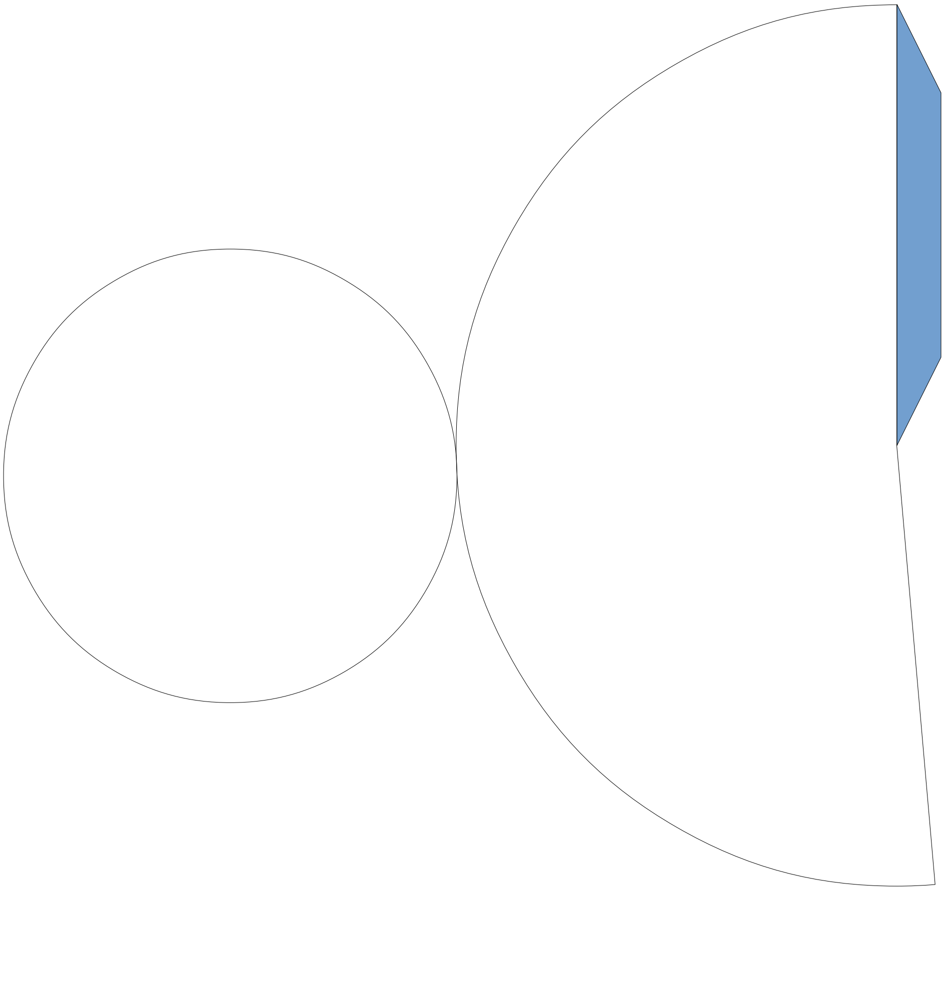
Activité

Découper le patron puis assembler le solide :



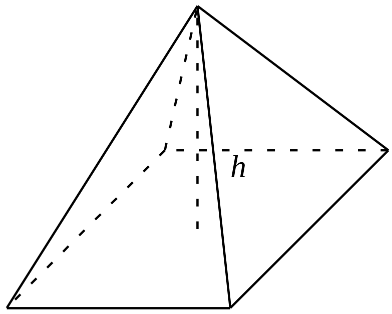




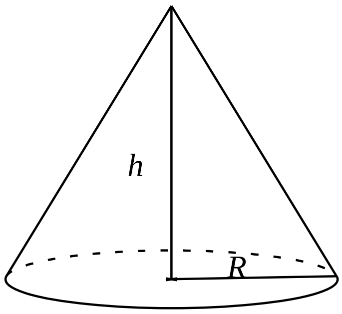


CÔNES ET PYRAMIDES

Volume de la pyramide et du cône



$V = \frac{1}{3} \times surface\,de\,la\,base \times h$



$V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$